S1

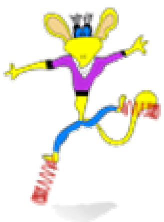
2011

CONCOURS INTEGRAL

Concours scolaire solidaire

Lundi 31 janvier 2011 – Durée : 45 min

CORRIGE 6ème – 5ème



De drôles de maths !

UN VISAGE,
UN SOURIRE !

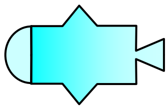
1 à 5 réponses correctes par question		
BAREME		
Proposition correcte cochée :	+ 3 pts	
Proposition mauvaise cochée :	-2 pts	
Crédit :	120 pts	

EPREUVE SANS CALCULATRICE : avec un peu d'astuce, les calculs s'effectuent toujours simplement.

CHAQUE PARTICIPANT recevra le Livret Scientifique Integral, le diplôme Integral, ainsi qu'un abonnement découverte de 6 numéros à Mon Quotidien ou l'Actu.

ACTION SCOLI'DAIRE – Association Loi de 1901 – Préfecture du Rhône n° 0691049381 – SIRET n°450 069 141 000 23
19 rue de la Villette – 69425 LYON CEDEX 03 – France
Tél. : 00.33 (0) 4.72.34.17.25 – Email : contact@concours-integral.org – Internet : www.concours-integral.org

λ1 On a demandé à Colin de dessiner sa sœur (ci-contre), mais ce matin, son crayon est de mauvaise humeur, il ne veut aller qu'en ligne droite.



Combien le dessin de Colin comporte-t-il de segments de droites ?

A) 11 B) 12 C) 14 D) 16 E) 17

Il suffit de compter les segments de droites, sans en oublier !

Le dessin de Colin comporte 14 segments de droites.

La réponse correcte est la réponse C.

λ2 Pour redonner un visage à un enfant opéré par les chirurgiens bénévoles des « Enfants du Noma », les frais sont d'environ 200 €. **Si 1 000 personnes donnent 2 €, combien peut-on reconstruire de visages ?**

A) 10 B) 100 C) $\frac{2\,000}{200}$ D) 200 E) 1 000

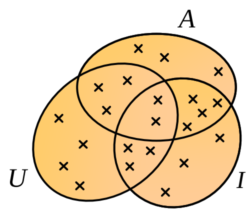
Si 1 000 personnes donnent 2 €, on dispose d'une somme de 2 000 €.
Le nombre d'enfants que l'on peut opérer avec cette somme est :

$$\frac{2\,0\cancel{0}\cancel{0}}{2\cancel{0}\cancel{0}} = \frac{20}{2} = 10$$

Si 1 000 personnes donnent 2 €, on peut reconstruire 10 visages.

Les réponses correctes sont les réponses A et C.

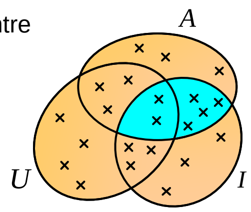
λ3 Frita a une pensée pour ses cousines : Patate A, Patate I et Patate U. Elle les dessine sur le mur de sa chambre, puis les décore avec des stickers en forme de croix.



Combien de croix de Patate A sont aussi dans Patate I ?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

La partie commune à Patate A et Patate I est matérialisée ci-contre par la zone bleue.
Elle contient $2+4=6$ croix.



6 croix de Patate A sont aussi dans Patate I.

La réponse correcte est la réponse D.

λ4 1 000,1 se contemple dans le miroir : « Cette élégance, cette légèreté, ne suis-je pas à croquer ? ». Arrive le Principal : « Hé, 1 000,1, je crois que tu as pris un peu le melon. Tiens, dégonfle un peu, je te décale la virgule de 3 rangs vers la gauche. ». **1 000,1 :**

A) a été divisé par 3
B) a augmenté
C) a diminué
D) a été multiplié par 1 000
E) a été divisé par 1 000

En décalant sa virgule de 3 rangs vers la gauche, 1 000,1 devient 1,0001, ce qui correspond à une division par 1 000.

1 000,1 a donc diminué, il a été divisé par 1 000.

Les réponses correctes sont les réponses C et E.

λ5

Le graphique ci-contre indique en euros les sommes récoltées, année par année, par les candidats du Concours Integral, afin d'aider les enfants en difficulté. **Quel est le total des sommes récoltées au cours des années 2009 et 2010, en euros ?**

A) 2 009 B) 2 010 C) 4 019
D) 96 200 E) 96 400

La question porte sur les années 2009 et 2010.
On pose l'addition. Il n'y a pas de difficultés particulières.

$$\begin{array}{r} 55\,000 \\ +\ 41\,200 \\ \hline 96\,200 \end{array}$$

Le total des sommes récoltées au cours des années 2009 et 2010 par les candidats du Concours Integral s'élève à 96 200 euros.

La réponse correcte est la réponse D.

Cet argent a permis :

. en 2008, de sauver la vie de 2 500 enfants atteints de malnutrition aiguë ;
. en 2009, de vacciner 55 000 enfants en Afrique pour les protéger des maladies ;
. en 2010, de planter une forêt de 41 200 arbres à Sumatra pour stocker du CO2.

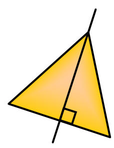
(+ d'infos sur www.concours-integral.org)

λ6

Vanessa, 13 ans, raffole des chips au piment. Ça la calme. Des chips ayant la forme de triangles équilatéraux. Avant de manger une chips, bing, elle la coupe d'un coup de hache, le long d'une médiatrice. Net, précis, sans bavures. **Elle obtient :**

A) 2 carrés B) 2 disques C) 2 triangles
D) 2 triangles isocèles E) 2 triangles rectangles

Dans un triangle, une médiatrice est perpendiculaire (ou orthogonale) à un côté et passe par le sommet opposé.



Par conséquent, une médiatrice partage le triangle en deux triangles rectangles.

En coupant sa chips le long d'une médiatrice, Vanessa obtient deux triangles rectangles.

Les réponses correctes sont les réponses C et E.

λ7

Pie Pelette est très populaire. Sur son réseau social, elle a dix vingtaines plus vingt dizaines d'amis. Mais elle passe tellement de temps sur internet qu'à l'école, c'est la « cata ». Et lorsqu'on lui demande combien elle a d'amis, elle devient muette, la Pie ! **Peux-tu dire combien d'amis a Pie Pelette ?**

A) 400 B) 8 cinquantaines C) 20 vingtaines D) 30 douzaines E) 40 dizaines

10 vingtaines + 20 dizaines, c'est :

$$10\times20+20\times10=200+200=400$$

Mais 400, c'est aussi 8×50 ou 20×20 ou 40×10.
En revanche, 30 douzaines c'est : $30\times12=360$
Et $360\neq400$

Le nombre d'amis de Pie Pelette est donc 400 ou encore 8 cinquantaines ou encore 20 vingtaines ou encore 40 dizaines.

Les réponses correctes sont les réponses A, B, C et E.

λ^8 Salim le Big, $2\text{ m }04$, 110 kg, est catastrophé. Il a demandé qu'on lui coupe les cheveux et Choupinou s'est trompé, il lui a fait des mèches blondes ! En plus, la note est salée : $11{,}1\times 29{,}9$ euros. **Combien Salim doit-il payer ?**

A) 41 € B) $33{,}189$ € C) $331{,}89$ € D) $3131{,}89$ € E) 33189 centimes

Il n'y a quasiment aucun calcul à faire, un simple ordre de grandeur suffit.
$11{,}1$ et $29{,}9$ sont proches de 11 et 30.
Un ordre de grandeur du produit recherché, en euros, est donc :
$$11\times 30 = 11\times 3\times 10 = 33\times 10 = 330$$
La seule proposition qui peut convenir, en euros, est : $331{,}89$
On peut vérifier par le calcul que cette réponse est bien correcte.
En centimes d'euros : $331{,}89\times 100 = 33189$ (dans 1 €, il y a 100 cts)

Salim doit payer $331{,}89$ €, ou encore $33\,189$ centimes d'euro.

Les réponses correctes sont les réponses C et E.

λ^9 Notre professeur de maths, M. Lacrête, a craqué. Sur les conseils de son médecin, il a changé de métier : désormais, il extermine des dindons à l'abattoir ! En 2 heures, il traite $1\,400$ dindons. **A ce rythme, combien en traite-t-il en 7 heures ?**

A) 700 B) $2\,800$ C) $4\,900$ D) $7\,400$ E) $9\,800$

Méthode 1
Puisque le nombre de cadavres est proportionnel au temps qui passe et qu'en 2 heures, le Professeur Lacrête extermine $1\,400$ dindons, c'est qu'en 1 heure, il en massacre la moitié, soit : 700.
Par proportionnalité, en 7 heures, il en massacre : $7\times 700 = 4\,900$.

Méthode 2
Appelons d le nombre de dindons massacrés en 7 heures.
Par proportionnalité, on doit avoir :
$$\frac{d}{7} = \frac{1\,400}{2}$$
d'où $d = 7\times 700 = 4\,900$

Cadavres	$1\,400$	d
Heures écoulées	2	7

En 7 heures, le Professeur Lacrête extermine $4\,900$ dindons.

La réponse correcte est la réponse C.

λ^{10} « Les nombres flottent-ils dans l'eau de mer ? », telle est la question que se posent les Deuxtrois lors de leur congrès annuel organisé sur une île ensoleillée. Les Deuxtrois sont des entiers pairs et multiples de 3, tels qu'en échangeant leurs deux chiffres, on obtient de nouveau un Deuxtrois. Ils sont faciles à repérer, ils font la planche !
Parmi les nombres suivants, qui sont des Deuxtrois ?

A) 24 B) 46 C) 54 D) 66 E) 84

On élimine tout de suite la proposition 46 qui n'est pas un multiple de 3 car la somme de ses chiffres, $4+6=10$, n'est pas un multiple de 3.

Les quatre autres propositions sont bien des nombres pairs et multiples de 3 : les nombres se terminent par un chiffre pair et les sommes de leurs chiffres sont des multiples de 3.

En échangeant les chiffres de ces quatre propositions, on obtient les nombres :
$$42 \ ; \ 45 \ ; \ 66 \ ; \ 48$$
45 se termine par le chiffre 5, qui n'est pas pair.

On vérifie que les trois autres nombres sont pairs et multiples de 3.

Parmi les nombres proposés 24, 66 et 84 sont des Deuxtrois.

Les réponses correctes sont les réponses A, D et E.

λ 11 Dans une classe d'escargots, Colimaçon est un génie : il a 6 ans d'avance ! Malgré tout, parfois en maths il sèche, et quand il sèche, il en bave ! C'est ennuyeux ça fait glisser les parenthèses. Un peu comme ça :

$(8-2)+2-2+2$ (W) $\quad 8-(2+2)-2+2$ (X) $\quad 8-2+(2-2)+2$ (Y) $\quad 8-2+2-(2+2)$ (Z)

Quels sont les calculs qui donnent le même résultat ?

A) (W) et (X) B) (W) et (Y) C) (W) et (Z) D) (X) et (Y) E) (X) et (Z)

On développe les calculs, en respectant les règles de priorité.
On a :

(W) : $(\underline{8-2})+2-2+2=\underline{6+2}-2+2=\underline{8-2}+2=6+2=8$

(X) : $8-(\underline{2+2})-2+2=\underline{8-4}-2+2=\underline{4-2}+2=2+2=4$

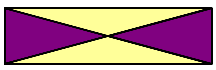
(Y) : $8-2+(\underline{2-2})+2=\underline{8-2}+0+2=6+2=8$

(Z) : $8-2+2-(\underline{2+2})=\underline{8-2}+2-4=\underline{6+2}-4=8-4=4$

Les calculs qui donnent le même résultat sont (W) et (Y) d'une part, et (X) et (Z) d'autre part.

Les réponses correctes sont les réponses B et E.

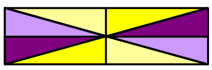
λ 12 Prochainement, le panneau rectangulaire ci-contre va apparaître sur les circuits de course automobile. Il signifie : « priorité aux pilotes aveugles ». Son grand côté mesure $3,7$ fois la longueur de son petit côté.



Un triangle sombre représente quelle proportion du rectangle ?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3,7}$ D) $23,7\%$ E) 25%

On trace les deux médianes du rectangle.
On fait apparaître ainsi 8 petits triangles rectangles, tous de mêmes dimensions.
Chaque partie claire ou sombre du rectangle de départ est constituée de deux de ces triangles rectangles.



Par conséquent, les 4 triangles clairs ou sombres apparaissant dans le rectangle de départ ont tous la même aire, ils représentent le quart du rectangle.

Par ailleurs, on a :

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times\underline{25}}{4\times\underline{25}}=\frac{25}{100}$$

Un triangle sombre représente $\frac{1}{4}$ ou encore 25% du rectangle.

Les réponses correctes sont les réponses B et E.

λ 13 Doublebuse a une idée géniale : pour ses textos, elle n'utilise désormais que des mots de 2 lettres. Ses messages sont incompréhensibles, mais ce n'est pas grave, elle a oublié de mettre la puce dans son téléphone ! **Combien de mots de 2 lettres Doublebuse peut-elle écrire, sachant qu'elle n'utilise jamais la lettre Z ?**

A) 25 B) $25+25$ C) 25×25 D) 500 E) 625

L'alphabet contient 26 lettres. Si on enlève la lettre Z, il reste 25 lettres.

Pour créer un mot de 2 lettres, Doublebuse doit choisir une première lettre.
Elle a 25 choix possibles.

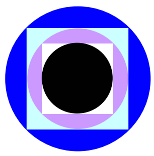
Puis, pour chaque première lettre choisie, elle a de nouveau 25 choix possibles pour la seconde.
Elle va obtenir les 25 premiers mots de 2 lettres
AA, AB … jusqu'à … AY
puis les 25 suivants
BA, BB … jusqu'à …BY
Puis les 25 suivants
CA, CB, … jusqu'à …CY
Et ainsi de suite …
Puis
YA … jusqu'à … YY
Doublebuse aura alors formé 25×25 mots de 2 lettres.

On effectue la multiplication et on obtient : 625

Doublebuse pourra donc créer très exactement $25\times25=625$ mots de 2 lettres.

Les réponses correctes sont les réponses C et E.

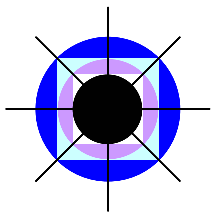
λ 14 Carrond, c'est un malade. Il s'est fait tatouer des ronds et des carrés sur les deux yeux, comme ci-contre. Ça l'aide dans son métier, il range des CD dans des pochettes carrées ! Mais quand on le croise, on sent bien qu'il y a quelque chose qui ne tourne pas très rond, chez Carron.



Le nombre d'axes de symétrie d'un œil de Carron est égal à :

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Dans un cercle ou un disque, toutes les droites passant par le centre sont des axes de symétrie.
Mais dans un carré (voir figure ci-contre), seule les médianes et les diagonales sont des axes de symétrie.



L'œil de Carrond possède donc 4 axes de symétrie.

La réponse correcte est la réponse C.

λ^{15} Dans la tête de Matt, c'est le gros bazar. Y'a des lézards, des boules de Noël et des feux tricolores. Les nombres se bousculent, il n'est plus sûr de rien.
Peux-tu l'aider à retrouver les égalités fausses ?

A) $\frac{9}{3}=3{,}9$ B) $\frac{5}{2}=2{,}5$ C) $\frac{9}{3}=9{,}3$ D) $\frac{64}{16}=\frac{4}{1}=4$ E) $\frac{29}{12}=\frac{9}{1}=9$

$\frac{9}{3}$ est le résultat de la division de 9 par 3. Sa valeur décimale est donc 3, pas $3{,}9$.

$\frac{5}{2}$, c'est la moitié de 5, donc $\frac{5}{2}$ peut effectivement s'écrire sous forme décimale : $2{,}5$.

Mais le fait que $\frac{5}{2}$ et $2{,}5$ s'écrivent avec les même chiffres, 2 et 5, est un pur hasard.

Cela ne fonctionne pas avec $\frac{9}{3}$ qui, nous l'avons vu, vaut 3 et pas $9{,}3$.

Concernant $\frac{64}{16}$, la fraction peut s'écrire $\frac{4\times 16}{1\times 16}$. Le numérateur de cette fraction est un produit, son dénominateur aussi. Les deux produits ont un facteur commun : 16. Dans cette situation, on peut utiliser la propriété de simplification par le facteur commun : $\frac{64}{16}=\frac{4\times \cancel{16}}{1\times \cancel{16}}=\frac{4}{1}=4$.

Parfois, cette propriété est mal comprise et on l'utilise alors que le numérateur ou le dénominateur n'est pas un produit. Par exemple ici, comme le chiffre 6 est présent au numérateur et au dénominateur, on pourrait penser que $\frac{64}{16}=\frac{\cancel{6}4}{1\cancel{6}}=\frac{4}{1}=4$. Mais 64 et 16 ne sont pas des produits, et on applique une propriété fausse. Par miracle, on trouve une égalité juste. Là encore, c'est un hasard.

Prenons $\frac{29}{12}$. Avec cette fausse propriété, on aurait : $\frac{29}{12}=\frac{\cancel{2}9}{1\cancel{2}}=\frac{9}{1}=9$.

Ce qui est complètement faux, $\frac{29}{12}$ ne vaut pas du tout 9. Il suffit de faire la division, ou bien de constater que $\frac{29}{12}$ est plus petit que $\frac{36}{12}$ qui vaut 3.

Les égalités fausse sont donc : $\frac{9}{3}=3{,}9$, $\frac{9}{3}=9{,}3$ et $\frac{29}{12}=\frac{9}{1}=9$.

Les réponses correctes sont les réponses A, C et E.

λ^{16} Avant de perdre les pédales, le Professeur Jo Père, en utilisant une et une seule fois les nombres 2, 3, 5 et 7, et à l'aide des parenthèses et des quatre opérations +, –, X, ÷, a obtenu quelques résultats. Par exemple, il a établi que : $\underline{7\times 5}-(\underline{2+3})=35-5=30$. Remarquable ! **Parmi les résultats suivants, quels sont ceux qu'il a pu obtenir ?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

En utilisant les parenthèses et les règles de priorité des opérations, on a :

$$(\underline{7+3})\div 5-2=\underline{10\div 5}-2=2-2=\mathbf{0}$$
$$2-(\underline{3+5}-7)=2-(\underline{8-7})=2-1=\mathbf{1}$$
$$(\underline{7-5})\times(\underline{3-2})=2\times 1=\mathbf{2}$$
$$\underline{7-5}-2+3=\underline{2-2}+3=\mathbf{3}$$
$$(\underline{7-5})\div 2+3=\underline{2\div 2}+3=1+3=\mathbf{4}$$

Le professeur Joper a pu obtenir tous les résultats proposés.

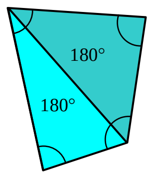
Les réponses correctes sont les réponses A, B, C, D et E.

λ 17

Après avoir dévoré le hamster, la grand-mère et le lave-linge, un pitbull, soucieux d'équilibrer son repas, croque un biscuit en guise de dessert mais le trouve trop sucré. Furieux, il veut retrouver le fabricant... Pour cela, il doit calculer la somme des angles du biscuit initial, un quadrilatère. **Combien vaut cette somme ?**

A) $90°$ B) $180°$ C) $270°$ D) $300°$ E) $360°$

Nous allons démontrer un résultat qui est vrai quelle que soit la forme du quadrilatère, pourvu qu'il soit non croisé (ce qui est le cas d'un biscuit).



Choisissons au hasard un sommet du quadrilatère et relions le par un segment au sommet opposé (schéma ci-contre).

On voit apparaître deux triangles dans lesquels on sait que la somme des angles vaut $180°$.
La somme des angles du quadrilatère est égale à la somme des angles des deux triangles, soit : $180+180=360°$

Dans quadrilatère non croisé, la somme des angles vaut $360°$.

La réponse correcte est la réponse E.

λ 18

Flavio, 32 ans, est poursuivi par des renards. Il a engagé comme gardes du corps Ding et Dong, un couple de serpents à sonnettes. Si on ajoute les âges de Ding, de Dong et de Flavio, on obtient 59 ans. **Sachant que Dong a 9 ans de plus que Ding, que peut-on dire de l'âge d de Dong ?**

A) $0<d\le 6$ B) $6<d\le 10$ C) $10<d\le 16$ D) $16<d\le 22$ E) $22<d\le 28$

1ere méthode
On fait des essais…
Si Ding avait 10 ans, Dong aurait 9 ans de plus, soit 19 ans, et avec Flavio, ils auraient alors en tout $10+19+32=61$ ans. C'est trop !
Si Ding avait 9 ans, Dong aurait 9 ans de plus, soit 18 ans, et avec Flavio, ils auraient alors en tout $9+18+32=59$ ans. C'est bon !
Mais est-on sûr qu'il n'y a pas une autre possibilité ?

2ème méthode
L'âge de Ding est : $d-9$
Puisqu'à eux trois, Ding, Dong et Flavio ont 59 ans, on a :

$$d+d+32-9=59$$

d'où $2d=59-32+9=27+9=36$

d'où $d=\dfrac{36}{2}=18$

Dong a donc 18 ans. On a : $16<d\le 22$.

La réponse correcte est la réponse D.

19 C'est l'heure de la biscotte. Croc, croc. Attention, ça peut faire crac ! 

Quel est le reste de la division de 888 888 888 888 par 9 ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9 .

Ici, le nombre est constitué de 12 chiffres égaux à 8 . La somme des chiffres vaut :

$$12\times8 = 10\times8 + 2\times8 = 80 + 16 = 96$$

96 n'est pas un multiple de 9 mais $90 = 10\times9$ l'est.
Donc, si on enlève 6 à 888 888 888 888 , on obtient 888 888 888 882 dont la somme des chiffres vaut 90 , un multiple de 9 .
Autrement dit, 888 888 888 888 est la somme d'un multiple de 9 et de 6 , avec $6 < 9$.

C'est donc que le reste de la division de 888 888 888 888 par 9 vaut 6 .

Le reste de la division de 888 888 888 888 par 9 est donc 6 .

La réponse correcte est la réponse D.

λ20 Dans notre classe de $5^{ème}$, il n'y a que des extra petits et des extra grands. Si Lecourt mesurait 30cm de plus que sa taille actuelle, sa taille serait strictement inférieure à la différence entre la taille de Lalongue, qui mesure $2\text{m}28$ et chausse du 62, et sa taille actuelle ! **Quelles sont les tailles t en centimètres qui peuvent convenir pour Lecourt ?**
A) $t < 72$ B) $t = 72$ C) $t < 99$ D) $100 < t < 110$ E) $t = 198$

Précisons tout d'abord que la taille de Lalongue en centimètres vaut 228, et appelons t celle de Lecourt, en centimètres.

$t = 72$ peut convenir car alors, la taille de Lecourt augmentée de 30 vaut $72 + 30 = 102$ qui est bien strictement inférieure à la différence des tailles $228 - 72 = 156$.

$t = 198$ ne convient pas car alors, la taille de Lecourt augmentée de 30 vaut $198 + 30 = 228$ qui est supérieure à la différence des tailles $228 - 198 = 30$.

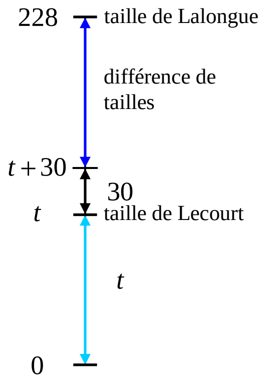
Passons au cas général.

Méthode 1 :
On représente sur un axe vertical les tailles de Lecourt et de Lalongue.

Le segment bleu clair représente la taille de Lecourt.
Le segment bleu foncé la différence entre la taille de Lecourt augmentée de 30 et celle de Lalongue.

La somme des longueurs de ces deux segments mesure $228 - 30 = 198\text{cm}$

t, la longueur du segment bleu clair doit être strictement inférieure à celle du segment bleu foncé.
t doit donc être strictement inférieur à la moitié de 198, d'où $t < 99$.



Réciproquement, si $t < 99$, la taille de Lecourt augmentée de 30 sera strictement inférieure à 129, c'est-à-dire strictement inférieure à la différence de tailles : $228 - 99 = 129$

Méthode 2 :
Comme on ne sait pas si Lecourt est plus grand que Lalongue ou plus petit, l'énoncé peut se traduire par deux inéquations.

$$t + 30 < t - 228 \quad \text{ou} \quad t + 30 < 228 - t$$

La première inéquation est sans solution puisqu'elle mène à une inégalité fausse :

$$t + 30 < t - 228$$
$$t - t + 30 + 228 < 0$$
$$258 < 0$$

Résolvons la deuxième :

$$t + 30 < 228 - t$$
$$t + t < 228 - 30$$
$$2t < 198$$
$$t < \frac{198}{2}$$
$$t < 99$$

On vérifie que si Lecourt mesure strictement moins que 99cm, sa taille augmentée de 30cm sera strictement inférieure à 129cm, c'est-à-dire strictement inférieure à la différence de tailles : $228 - 99 = 129\text{cm}$.

Les tailles t, en centimètres, qui peuvent convenir pour Lecourt, sont : $t < 72$, $t = 72$, et $t < 99$.

Les réponses correctes sont les réponses A, B et C.